

Формулы

Формула, в которой все ФС $\neg$ встречаются только над БП, называется **формулой с поднятыми отрицаниями**. Для каждой формулы F , $F \in \text{УФ}$, индукцией по глубине определим величину $\text{Alt}(F)$ так, что:

1. $\text{Alt}(F) = 0$, если F — ЭК или ЭД;
2. $\text{Alt}_F = \text{Alt}(F) + 1$, если F не является переменной;
3. $\text{Alt}(F_1 \circ \dots \circ F_t) = \max \{\text{Alt}(F_1), \dots, \text{Alt}(F_t)\} + 1$, где $t \geq 2$ и $\circ \in \{\&, \vee\}$, если ни одна из формул $F_1, \dots, F_t$ не является формулой вида $F_1 \circ F_2$ и хотя бы одна из них не является буквой. Величину $\text{Alt}(F)$ будем называть **альтернированием** формулы F .

СФЭ

Схемой из функциональных элементов над базисом B называется ориентированная ациклическая упорядоченная сеть Σ , входная выборка которой состоит из всех истоков Σ , а вершины помечены следующим образом:

1. каждому входу (выходу) Σ сопоставлена БП из X (соответственно Z), являющаяся пометкой связанной с ней вершины, причем различным входам (выходам) сопоставлены различные БП, а упорядоченность вершин во входной и выходной выборках Σ определяется упорядоченностью сопоставленных им БП;

2. каждая отличная от истока вершина v схемы Σ помечена ФС ϕ_i , где $k_i = d_{\Sigma}^+(v)$

Переменная, которая встречается в формуле только один раз, называется **бесповторной** переменной этой формулы. Формула называется **бесповторной**, если бесповторны все ее БП.

Бесповторная формула $F(x_{n+1}, \dots, x_{n+p})$ называется **каркасом** приведенной СФЭ

$\Sigma(x_1, \dots, x_n; z_1)$, если вхождение БП x_{n+i} , $i \in [1, p]$, является i -м вхождением БП в F , а дерево формулы F отличается от наддерева СФЭ Σ только пометками листьев.

Модификации СФЭ

Схема Σ , $\Sigma \in \mathcal{U}_B^C$, с монотонной нумерацией вершин — **вычисляющая программа** (ВП) над базисом B

Сопоставим вершине v_i , $i \in [1, p]$, «внутреннюю» БП u_i и будем считать, что v_i выполняет команду с номером i , которая является:

- а) командой ввода $u_i = x_i$, если $i \in [1, n]$;

- б) вычисляющей командой $u_i = \varphi^{(i)}(u_1^{(i)}, \dots, u_{k(i)}^{(i)})$, где

$\varphi^{(i)}$ — ФС от $k(i)$ БП, приписанный вершине v_i в Σ , а $u_j^{(i)}$, $j = 1, \dots, k(i)$, — БП, сопоставленная начальной вершине дуги с номером j , входящей в v_i , если $i \in (n, p]$.

Максимальное число отрезков вида $[i, a_i]$, где $i \in (n, p]$, имеющих непустое пересечение, называется **шириной** ВП Σ , и определяет минимальное число ячеек памяти, необходимых для хранения ее внутренних БП $u_{n+1}, \dots, u_p$.

Положим $\wedge B = \{E_i : k_i \geq 2\}$

Для ФЭ E_i , $E_i \in \wedge B$, определим его **приведенный вес** ρ_i и **приведенную задержку** τ_i следующим образом:

$$\rho_i = \frac{\mathcal{L}_i}{k_i - 1} \quad \tau_i = \frac{T_i}{\log k_i}$$

Введем, далее, величины

$\rho_B = \min_{E_i \in \wedge B} \rho_i$ и $\tau_B = \min_{E_i \in \wedge B} \tau_i$ которые назовем **приведенным весом** и **приведенной задержкой** базиса B соответственно.

Pi-схемы

Ребро или дуга графа с пометкой x_i ($\overline{x_i}$) называется **закрывающим** (соответственно **размыкающим**) контактом БП x_i

Сеть Σ с входами $a'_1, \dots, a'_p$ и выходами $a''_1, \dots, a''_q$, в которой все ребра (дуги) помечены переменными $x_1, \dots, x_n$ или их отрицаниями $\overline{x_1}, \dots, \overline{x_n}$, называется (p, q) -контактной схемой (КС) от БП $x_1, \dots, x_n$ и обозначается

$\Sigma = \Sigma(x_1, \dots, x_n; a'_1, \dots, a'_p; a''_1, \dots, a''_q)$. При этом число контактов называется **сложностью** КС Σ и обозначается через $L(\Sigma)$

Для вершин v и u КС Σ введем **функцию проводимости от вершины v к вершине u** как ФАЛ $g_{v,u}(x_1, \dots, x_n)$, которая равна 1 на наборе $a = (a_1, \dots, a_n) \in B^n$ тогда и только тогда, когда

в сети Σ/a существует $(v - u)$ -цепь, то есть тогда и только тогда, когда в Σ имеется цепь из проводящих на

наборе a контактов вида $x_1^{\alpha_1}, \dots, x_n^{\alpha_n}$, идущая из v в u .

Будем говорить также, что ФАЛ $g_{v,u}$ является **функцией достижимости вершины u из вершины v** или, иначе, **реализуется между вершинами v и u** .

Для множества C , состоящего из контактов вида $x_{i_1}^{\sigma_1}, \dots, x_{i_r}^{\sigma_r}$ в КС Σ , определим его **функцию проводимости $K(C)$** и **функцию отделимости $J(C)$** как ФАЛ вида $x_{i_1}^{\sigma_1} \dots x_{i_r}^{\sigma_r}$ и $\overline{x_{i_1}^{\sigma_1}} \vee \dots \vee \overline{x_{i_r}^{\sigma_r}}$ соответственно. При этом множество C называется **проводящим (отделимым)**, если $K(C) \neq 0$ ($J(C) \neq 1$), и **нулевым** (соответственно, **единичным**) в противном случае.

Множество S , которое состоит из ребер графа $G = (V, E)$ и обладает тем свойством, что вершина u , $u \in V$, достижима из вершины v , $v \in V$, в графе G , но не достижима из нее в графе $(V, E \setminus S)$, называется **(u/v) -сечением** графа G .

Сечение, которое не имеет собственных подмножеств, являющихся сечением, называется **тупиковым**.

Схема, моделирующая совершенную ДНФ ФАЛ f , называется **канонической** КС для этой ФАЛ.